|  |  |
| --- | --- |
| Asignatura | **Matemáticas IV** |
| Unidad | **Unidad 1. Funciones polinomiales** |
| Aprendizaje | Comprende el significado de la notación funcional, la utiliza para representar y evaluar funciones polinomiales. Usa la notación de intervalos para representar domi­nio y rango de una función. |
| Temática | 1. Notación funcional:   *f(x)= a*n *x*n*+ ... +a*1 *x+a*0   1. Intervalos. |

**Tema: Concepto de polinomios.**

Pantalla 1

-Se presenta en rojo las respuestas correctas y los comentarios. Se utilizó código LateX en el texto y ejercicios, cuando no fue posible se usó el editor de ecuaciones.

\*\*Todos los apartados de ejercicios con excepción del primero, están diseñados con 3 reactivos fáciles, 3 regulares y 4 difíciles\*\*

## ¿Qué es un polinomio?

**Polinomio** etimológicamente significa *muchos* *nómos*, es decir, muchos términos o monomios.

En mátemáticas **Polinomio** es una expresión algebraica que se define como la suma finita de varios términos o monomios, cada uno de los cuales tiene un coeficiente constante (valor numérico) y una o más variables no necesariamente distintas \(xx\), \(yy\), o \(zz\),

En la literatura podrás encontrar definido un polinomio en \(x\) como

en donde son numeros reales, \(n\) es número entero positivo y con

Ejemplos:

1. \(x\), \(3x^2\), \(-4xyz\), \(2x + 4y - 5z + 1\), en donde las variables \(x\), \(y\), \(z\), representan valores numéricos **no conocidos.**
2. \(ax\), \(by\), \(cyz\), en donde las literales \(a\), \(b\), \(c\), representan valores constantes es decir, son valores numéricos **conocidos**.

Si el polinomio solo tiene un término se llama **monomio**.

Ejemplos:

1. \(5\)
2. \(3x^2\)
3. \(-4x\)
4. \(xy\)

Si el polinomio tiene dos términos se llama **binomio**.

Ejemplos:

1. \(x + y\)
2. \(y + 1\)
3. \(3x^2 - 2y\)

Si el polinomio tiene tres términos se llama **trinomio**.

Ejemplos:

a) \(x - y + 4z\)

b) \(-2x^2 + 3y - 5\)

Cuando el polinomio tiene cuatro o más términos se llama simplemente **polinomio**.

### Ejercicios de repaso

**Instrucciones: Arrastra el nombre del polinomio y colócalo junto a la expresión correcta.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Expresión algebraica** | **Nombre del polinomio** |
| \(x^2 - 3x + 7\) | Monomio |
| \(-7y\) |
| \(3xy - 2z + 5xy^2 - 7\) | Binomio |
| \(2a^2 + 4a - 6\) |
| \(3u^2 - 2uv + 4vw - 5x + 7yz - 8\) | Trinomio |
| \(3x^2\) |
| \(a^2 + 2b - 3bc + 4d\) | Polinomio (de 4 términos) |
| \(4x + 5\) |
| \(x^3 + 2x^2 - 4x + 5y - 1\) | Polinomio (de 5 términos) |
| \(-2y - 1\) |
| \(3a^2b - 2ab^2 + 4cd - 5c^2 + 6d - 1\) | Polinomio (de 6 términos) |
| \(2x^3 - 4xy + 7y^2 - 3z + 5\) |

Respuestas:

1. Monomio: \(3x^2\)

2. Monomio: \(-7y\)

3. Binomio: \(4x + 5\)

4. Binomio: \(-2y - 1\)

5. Trinomio: \(x^2 - 3x + 7\)

6. Trinomio: \(2a^2 + 4a - 6\)

7. Polinomio de 4 términos: \(3xy - 2z + 5xy^2 - 7\)

8. Polinomio de 4 términos: \(a^2 + 2b - 3bc + 4d\)

9. Polinomio de 5 términos: \(x^3 + 2x^2 - 4x + 5y - 1\)

10. Polinomio de 5 términos: \[2x^3 - 4xy + 7y^2 - 3z + 5\]

11. Polinomio de 6 términos: \(3u^2 - 2uv + 4vw - 5x + 7yz - 8\)

12. Polinomio de 6 términos: \[3a^2b - 2ab^2 + 4cd - 5c^2 + 6d - 1\]

Pantalla 2

## Grado de un polinomio

El grado de un polinomio corresponde al valor mayor de la suma de los exponentes de las variables de cada termino.

Ejemplo

El polinomio \[ 4x^3y^2+x^2 \] es de grado 5, porque el primer término es el de grado mayor, ya que, corresponde a la suma de los exponentes 3 y 2 y el segundo termino tiene grado 2, en donde 5>2.

Los polinomios se escriben en con orden decreciente de mayor a menor: primero los términos de grado mayor y luego los de menor)

### Ejercicios de repaso

**Instrucciones: Escribe con número el grado de los siguientes polinomios.**

1. \(3x^2 + 5x - 1\)

**Grado: 2**

2. \(2y^3 - 7y^2 + 4y\)

**Grado: 3**

3. \(4a - 2a^2 + 1\)

**Grado: 2**

4. \(2x^3y^2 - 3xy + 1\)

**Grado: 5**

5. \(5ab - 2bc^2 + 3ac\)

**Grado: 3**

6. \(3x^2y - 4xy^2 + 2x^2\)

**Grado: 3**

7. \(2x^3y^2 - 5xy + 3x^2 - 4y^3 + 7\)

**Grado: 5**

8. \(4a^2b - 2bc^2 + 5ac^3 - 3ab^2c\)

**Grado: 4**

9. \(3x^4y^3 - 2x^3y^2 + 6xy^4 - 4x^2y^3\)

**Grado: 7**

10. \(a^3b^2c - 2abc^2 + 5a^2b^3 - 3ab^2c\)

**Grado: 6**

## Simplificación de términos

Para poder sumar dos o más términos de un polinomio, éstos deben ser términos semejantes, es decir, los términos deben de contener a las mismas variables elevadas a los mismos exponentes.

En el polinomio solo se pueden sumar el primer término y el tercer término ya que son los únicos términos semejantes porque equivale a ,por lo que, el polinomio se puede simplificar de la siguiente manera:

\(3x^2 + 4x^3 - 2x^2\)

\( =3x^2 - 2x^2 + 4x^3\) y propiedad conmutativa

\( =(3-2)x^2 + 4x^3\) y propiedad distributiva

\( =1x^2 + 4x^3\) y sustitución

\( =x^2 + 4x^3\) propiedad transitiva

### Ejercicios de repaso

**Instrucciones: selecciona la opción de respuesta que simplifica la expresión polinómica a su forma más simple.**

**1. \(2x^2 + 3x - x^2\)**

a) \(2x^2 + 3x\)

b) \(x^2 + 3x\)

c) \(4x^2 + 3x\)

d) \(3x^2 - x\)

**2. \(5y^2 - 2y + 1 - 3y^2\?**

a) \(2y^2 - 2y + 1\)

b) \(5y^2 - 3y\)

c) \(4y^2 - 2y + 1\)

d) \(1 - 5y^2 + 2y\)

**3. \(4a^2b^2 - 2ab^2 + ab - a^2b^2\)**

a) \(3a^2b**^2** - 2ab^2 + ab\)

b) \(ab - a^2b\)

c) \(4a^2b - ab^2\)

d) \(3ab^2 + 2a^2b - ab\)

**4. \(3x^2 y^2 + 2x^2y - xy - 4x^2y^2\)**

a) \(-x^2 y^2 + 2x^2y - xy\)

b) \(-2xy^2 + 2x^2y - xy\)

c) \(-3xy^2 - 2x^2y + xy\)

d) \(-xy + 4x^2y - xy^2\)

**5. \(a^2b^2 - 2ab^2 + ab^2 - a^2b\)**

a) \(-ab^2 + ab^2 - a^2b\)

b) \(a^2b^2 – a^2b - ab^2\)

c) \(-a^2b^2 + ab\)

d) \(a^2b^2 - ab^2 + ab\)

**6. \(3x^3y^2 - x^2y + 5x^2y^2 - 3x^3y^2\)**

a) \(5x^2y^2 - x^2y\)

b) \(-2x^3y^2 + x^2y - xy^2\)

c) \(-3x^3y^2 + 5x^2y^2 - x^2y\)

d) \(2x^3y - x^2y + 5x^2y^2 - 3x^3y^2\)

**7. \(3a^2b - 2ab + 4a^2b - 5b^2 + 2ab - 3a^2b^2\)**

a) \(-3a^2b^2+7a^2b-5b^2 \)

b) \(4a^2 - 5b^2 + 2ab - 3a^2b^2\)

c) \(3a^2 - 5b^2 - ab + 4a^2b^2\)

d) \(-4a^2 - 5b^2 + ab - 3a^2b^2\)

**8. \(2xy^3 - x^2y^2 + 4x^3 - 3xy^2 + 5x^2y^2 - 2x^3y^3\)**

a) \(2x^3y^3 + 4x^3 + 4x^2y^2 + 2xy^3 - 3xy^2\)

b) \(-2x^2y^3 + x^2y^2 - 4x^3y^3 + 3xy^2\)

c) \(-3x^2y^2 + 4x^3 - 2x^3y^3 + 5x^2y^2\)

d) \(2x^3y - x^2y + 4x^2y^2 - 3x^3y^2 + 5xy^2 - 2x^3y^2\)

**9. \(3a^2bc - 2ab^2 + 4a^2c - 5b^2c + 2abc - 3a^2bc\)**

a) \(-5b^2c + 2abc + 4a^2c - 2ab^2\)

b) \(3a^2 - 2ab^2 + 4a^2c - 5b^2c + 2abc\)

c) \(3a^2b - 2ab^2 + 4a^2c - 5b^2c + 2abc - 3a^2bc^2\)

d) \(2abc - 3a^2bc^2 - ab^2 + 3a^2\)

**10. \(2x^3y - x^2y + 4x^2y^2 - 3x^3y^2 + 5xy^2 - 2x^3y^2\)**

a) \(-5x^3y^2 + 2x^3y + 4x^2y^2 - x^2y + 5xy^2 \)

b) \(-x^2y + 4x^2y^2 + 3x^3y^2 - 5xy^2\)

c) \(2x^3y - x^2y + 5x^2y^2 - 3x^3y^2 + 5xy^2 - 2x^3y^2\)

d) \(x^2y - 4x^2y^2 - 5xy^2 + 2x^3y^2\)

## 

Pantalla 3

## Operaciones entre polinomios

### Suma o adición

La suma de dos polinomios se hace agrupando los términos que son semejantes y se les aplica la propiedad distributiva de los números reales para poder simplificarlos.

Ejemplo:

\[ (4x^5-8x^3+x-2)+(6x^3+x^2+7) \]

\[ =4x^5+(-8x^3+6x^3)+x^2+x+(7-2) \] agrupación (propiedad conmutativa y asociativa)

\[ =4x^5+(-8+6)x^3+x^2+x+(7-2) \] propiedad distributiva

\[ =4x^5-2x^3+x^2+x+5 \] simplificación o sustitución

\[ (4x^5-8x^3+x-2)+(6x^3+x^2+7)= 4x^5-2x^3+x^2+x+5 \] propiedad transitiva

### Resta o diferencia

Es la suma de los inversos aditivos de cada uno de los términos del polinomio que se resta.

Ejemplo:

\[(2x^2y+x^2+5)-(x^2y-2x^2+x-1) \]

Los inversos aditivos del segundo polinomio (sustraendo) respectivamente son:

\[-x^2y+2x^2-x+1 \]

por lo que la diferencia se puede conviertir en suma de los polinomios

\[ (2x^2y+x^2+5)+(-x^2y+2x^2-x+1)\]

\[=2x^2y+x^2+5-x^2y+2x^2-x+1 \]

\[=x^2y+3x^2-x+6 \]

La suma también puede realizarse verticalmente como una se hace la suma aritmética, ordenando los términos semejantes uno debajo de otro.

|  |
| --- |
| \[ 2x^2y+x^2+0x+5 \] |
| + \[-x^2y+2x^2-x+1 \] |
| \[x^2y+3x^2-x+6 \] |

### Ejercicios de repaso

**Instrucciones: Simplifica los polinomios realizando la operación indicada y selecciona la respuesta correcta.**

**1. \[(3x^2 - 2x + 5) + (4x^2 - x + 3)\]**

a) \(7x^2 - 3x + 8\)

b) \(7x^2 - 3x - 8\)

c) \(2x^2 + 2x + 8\)

d) \(2x^2 - 3x + 8\)

**2. \[ (2y^2 + 3y - 1) - (y^2 + 2y - 4) \]**

a) \(y^2 + y + 3\)

b) \(y^2 + y - 3\)

c) \(y^2 + y + 5\)

d) \(y^2 + y - 5\)

**3. \[ (4a - 2) - (3a - 5) \]**

a) \(a + 3\)

b) \(a - 3\)

c) \(a + 7\)

d) \(a - 7\)

**4. \[ (2xy + 3x^2 - 5) + (4xy - x^2 + 2) \]**

a) \(7xy + 2x^2 - 3\)

b) \(6xy + 2x^2 - 3\)

c) \(6xy - 2x^2 + 3\)

d) \(7xy - 2x^2 + 3\)

**5. \[ (3ab^2 - 2a + b) - (ab^2 + a - 2b) \]**

a) \(2ab^2 - 3a + 3b\)

b) \(-2ab^2 - a + 3b\)

c) \(4ab^2 - a - 3b\)

d) \(2ab^2 + a - 3b\)

**6. \[ (4x^3y^2 + 2x^2 - 5y) + (3x^3y^2 - x^2 + 4y) \]**

a) \(7x^3y^2 + x^2 - y\)

b) \(7x^3y^2 + x^2 + 3y\)

c) \(7x^3y^2 + x^2 - 9y\)

d) \(7x^3y^2 - x^2 - y\)

**7. \[ (2a^2b - ab^2 + 3a) - (a^2b - 2ab^2 - a) \]**

a) \(a^2b + ab^2 + 4a\)

b) \(-a^2b + ab^2 + 4a\)

c) \(3a^2b - ab^2 + 4a\)

d) \(-3a^2b + ab^2 + 4a\)

**8. \[(3x^2y^2 - 2xy + 4) + (2x^2y^2 + x - 5) \]**

a) \(5x^2y^2 - xy + x +9\)

b) \(5x^2y^2 - 2xy + x - 1\)

c) \(5x^2y^2 + xy + x + 9\)

d) \(5x^2y^2 + 2xy + x - 1\)

**9. \[ (4xy^2 - 3x^2 + 2y) - (2xy^2 + 4x - y) \]**

a) \(2xy^2 - 3x^2 -4x + 3y \)

b) \(2xy^2 + 7x^2 - 3x - 3y\)

c) \(2xy^2 - 3x^2 + 4x - 3y\)

d) \(-2xy^2 + 7x^2 + 3x - 3y\)

**10. \[ (3a^2b^2 - 2ab^3 + a) + (4a^2b^2 - 5ab + 2) \]**

a) \(7a^2b^2 - 2ab^3 - 5ab + a + 2\)

b) \(-7a^2b^2 - 2ab^3 + 5ab - a - 2\)

c) \(7a^2b^2 - 2ab^3 - 4ab + 3a - 2\)

d) \(-7a^2b^2 + 2ab^3 + 4ab - 3a + 2\)

Pantalla 4

### Producto de polinomios

**Caso 1. Producto de un polinomio por un monomio.**

En este caso se aplica la propiedad distributiva de los números reales \[(a+b)c=ac +bc \], multiplicando cada término del polinomio por el monomio y aplicando las leyes de los exponentes \[ a^n\cdot a^m=a^{n+m} \]

Ejemplo:

\[ (2x^2+x-1)(3x)=(2x^2)(3x)+(x)(3x)-(1)(3x) \]

\[ =6x^3+3x^2-3x \]

**Caso 2. Producto de un polinomio por otro polinomio.**

Cuando hay varios términos en los polinomios podría resultar más práctico hacer la operación vertical en vez de multiplicar todos los términos del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio y realizar la suma de cada uno de ellos, debido a que verticalmente directamente se colocan los productos debajo de los términos comunes.

Ejemplo:

\[ (5x^2-2x+1)( 3x^2+4x+2) \]

|  |
| --- |
| \[ 5x^2-2x+1 \] |
| \[ \times \] \[ 3x^2+4x+2\] |
| \[15x^4-6x^3+3x^2\] |
| \[ 20x^3-8x^2+4x\] |
| \[ 10x^2-4x+2\] |
| \[ 15x^4+14x^3-5x^2+0x+2 \] |

5x2-2x+1

X 3x2+4x+2

15x4-6x3+3x2

20x3-8x2+4x

10x2-4x+2

**15x4+14x3-5x2 +0x+2**

Por lo tanto: \[ (5x^2-2x+1)( 3x^2+4x+2)=15x^4+14x^3-5x^2+2 \]

### Ejercicios de repaso

**Instrucciones: Multiplica los siguientes polinomios u selecciona la respuesta correcta.**

**1. \((2x + 3)(x - 4)\)**

a) \(2x^2 - 5x - 12\)

b) \(2x^2 - x - 12\)

c) \(2x^2 - 5x + 12\)

d) \(2x^2 + 5x - 12\)

**2. \((y + 2)(y - 1)\)**

a) \(y^2 - y - 2\)

b) \(y^2 + y - 2\)

c) \(y^2 - y + 2\)

d) \(y^2 + 3y - 2\)

**3. \((3a - 2)(a + 1)\)**

a) \(3a^2 - a - 2\)

b) \(3a^2 - a + 2\)

c) \(3a^2 - 2a - 2\)

d) \(3a^2 + a - 2\)

**4. \((2xy - 3x)(x + 4)\)**

a) \(2x^2y - 3x^2+8xy – 12x\)

b) \(2x^2y + 5x – 12x\)

c) \(2x^2y + 3x^2+8xy – 12x\)

d) \(2x^2y - 5x – 12x\)

**5. \((a^2 - 2b)(a + b^2)\)**

a) \(a^3 +a^2b^2- 2ab - 2b^3\)

b) \(a^3 - 2a^2b + b^3\)

c) \(a^3 +a^2b^2 - 2ab + b^3\)

d) \(a^3 + 2a^2b - b^3\)

**6. \((2xy + 3x - 1)(y - 2x^2)\)**

a) \(-4x^3y - 6x^3 + 2x^2 + 2xy^2 + 3xy - y \)

b) \(2x^3y + 3x^2 - 5xy - 2x^2 - y\)

c) \(4x^3y + 6x^3 + 2x^2 + 2xy^2 + 3xy - y \)

d) \(2x^3y - 3x^2 + 5xy + 2x^2 - y\)

**7. \((2a^2b - 3ab^2 + 4)(a^2 - 2b^3)\)**

a) \(2a^4b - 3a^3b^2 - 4a^2b^4 + 4a^2 +6 ab^5 - 8b^3\)

b) \(2a^4b^3 + 4ab^4 - 3a^3b^2 + 4a^2 - 8b^3\)

c) \(2a^4b - 3a^3b^2 + 4a^2b^4 + 4a^2 -6 ab^5 + 8b^3\)

d) \(2a^4b^3 + 4ab^4 + 3a^3b^2 + 4a^2 + 8b^3\)

**8. \((3x^2y - 2xy + 5)(x^3 - 2xy + 4x)\)**

a) \(3x^5y - 2x^4y - 6x^3y^2 + 12x^3y + 5x^3 + 4x^2y^2 - 8x^2y - 10xy + 20x \)

b) \(3x^5y^2 - 6x^3y^2 + 15x^4 - 2xy^2 + 20x\)

c) \(3x^5y + 2x^4y - 6x^3y^2 + 12x^3y - 5x^3 + 4x^2y^2 + 8x^2y - 10xy + 20x \)

d) \(3x^5y^2 + 6x^3y^2 - 15x^4 - 2xy^2 + 20x\)

**9. \((2a^2b - 3ab^2 + 4c)(a^2 - 2b^3 + c^2)\)**

a) \(2a^4b - 3a^3b^2 - 4a^2b^4 + 2a^2bc^2 + 4a^2c + 6ab^5 - 3ab^2c^2 - 8b^3c + c^3\)

b) \(2a^4b^3 + 4ab^4 - 3a^3b^2 + 4a^2 - 8b^3 - 4c^3\)

c) \(2a^4b - 3a^3b^2 + 4a^2b^4 - 2a^2bc^2 + 4a^2c + 6ab^5 - 3ab^2c^2 - 8b^3c - 4c^3\)

d) \(2a^4b^3 + 4ab^4 + 3a^3b^2 - 4a^2 + 8b^3 - 4c^3\)

**10. \((4x^2y + 3xy^2 - 2)(2x^3y - x^2 + 5xy)\)**

a) \(8x^5y^2 + 6x^4y^3 - 4x^4y + 17x^3y^2 - 4x^3y + 15x^2y^3 + 2x^2 - 10xy\)

b) \(8x^5y^2 - 6x^4y^2 + 40x^3y - 4x^2y + 20xy^2 + 16x^3y - 12x^2y - 8\)

c) \(8x^5y^2 - 6x^4y^3 + 4x^4y + 17x^3y^2 - 4x^3y + 15x^2y^3 + 2x^2 - 10xy\)

d) \(8x^5y^2 + 6x^4y^2 - 40x^3y - 4x^2y + 20xy^2 + 16x^3y - 12x^2y - 8\)